

Soubor příkladů k individuálnímu procvičení problematiky probírané v předmětech KKY/TRŘ a KKY/AŘ1

Upozornění: Následující příklady však nepokrývají veškerou problematiku probíranou v uvedených předmětech.

Dotazy, náměty, připomínky směřujte na e-mail: ivop@kky.zcu.cz (do Předmětu napište: kky/cv)

1. Vysvětlete pojmy systém a orientované informační vazby (uved'te příklady a protipříklady).
2. Uved'te formy vnějšího a vnitřního popisu systémů.
3. Pomocí definice Laplaceovy transformace $L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$ spočtete obrazy následujících funkcí.
 - a. $f(t) = k \cdot 1[t]$
 - b. $f(t) = e^{-at}$
 - c. $f(t) = \sin(\omega t)$
 - d. $f(t) = \cos(\omega t)$
4. Napište definici obrazového přenosu a určete přenosy systémů zadaných pomocí následujících diferenciálních rovnic (proměnná na levé straně představuje výstup systému a proměnná na pravé zase jeho vstup).
 - a. $y'(t) + y(t) = u(t)$
 - b. $2y''(t) + 5y(t) = 3u'(t)$
 - c. $5u'''(t) + 3u''(t) + 2u'(t) = w''(t) + w(t)$
 - d. $3z''(t) = u(t)$
5. Z věty o koncové hodnotě a definice obrazového přenosu odvoďte výpočet statického zesílení z obrazového přenosu (vstupním signálem je jednotkový skok) a k zadaným obrazovým přenosům určete statické zesílení, nuly a póly. Přenosy převed'te na tvary s vyjádřenými časovými konstantami (pokud to lze).
 - a. $F(p) = \frac{2}{2p+3}$
 - b. $F(p) = \frac{p(p-1)}{p^2+11p+30}$
 - c. $F(p) = \frac{p^2+2.4p+16}{p(p^2+0.8p+4)}$
 - d. $F(p) = \frac{2(p+2)(p+7)}{(p+5)(p+3)}$
6. Systémy zadané obrazovým přenosem $F(p)$ převed'te na stavovou reprezentaci (vnitřní popis) a nakreslete schéma pro realizaci na AP MEDA.
 - a. $F(p) = \frac{1}{p(p+2)}$
 - b. $F(p) = \frac{2}{(p+1)(p^2+2p+4)}$

$$c. \quad F(p) = \frac{p+3}{(p+2)(p+5)}$$

$$d. \quad F(p) = \frac{(p+3)(p+5)}{(p+7)(p+4)}$$

7. Pro systémy zadané pomocí statického zesílení (k) (v případě systému s astatickým použitím statického zesílení na část přenosu představující statickou část astatické soustavy), nul (q_i) a pólů (p_i) určete obrazový přenos a nakreslete schéma pro jejich realizaci na AP MEDA.

$$a. \quad k=1, q_1=0, p_1=-1$$

$$b. \quad k=5, q_{1,2}=-2 \pm 4j, p_1=0, p_{2,3}=-1 \pm j$$

$$c. \quad k=2, \text{nuly nejsou}, p_1=-1, p_2=-3, p_3=-5$$

$$d. \quad k=0.5, q_1=-1, p_{1,2}=-1 \pm 3j$$

8. Vysvětlete co znamenají pojmy pozorovatelnost a říditelnost. Pro následující systémy zadané ve stavové reprezentaci stanovte matice pozorovatelnosti a říditelnosti a rozhodněte zda jsou systémy pozorovatelné či říditelné.

$$a. \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

$$b. \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

$$c. \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

$$d. \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

9. Pro systémy zadané v bodě 8. ve stavové reprezentaci určete jejich obrazový přenos.

10. Pomocí věty o počáteční a koncové hodnotě určete hodnoty $\lim_{t \rightarrow 0} y(t)$ a $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$

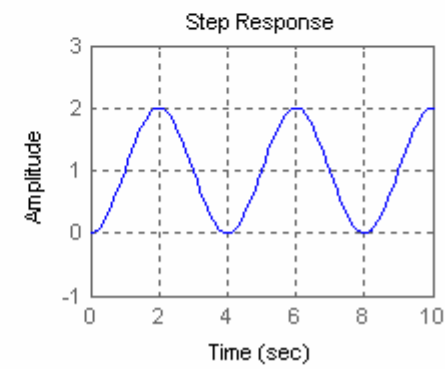
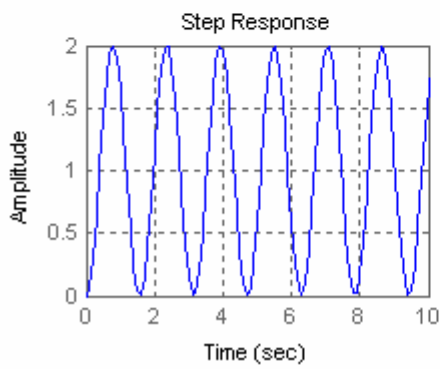
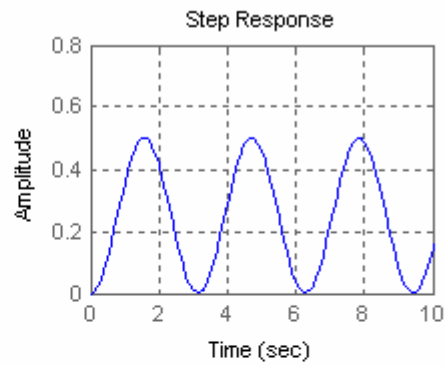
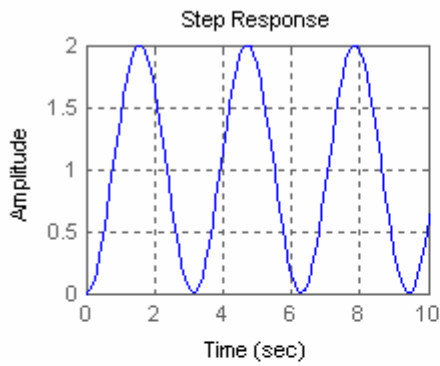
výstupu systému zadaného pomocí přenosu $F(p)$ pro vstupní signály $u(t) = 1[t]$ a $u(t) = d(t)$.

$$a. \quad F(p) = \frac{p+8}{p+5}$$

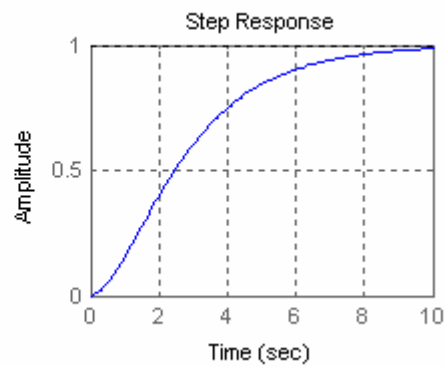
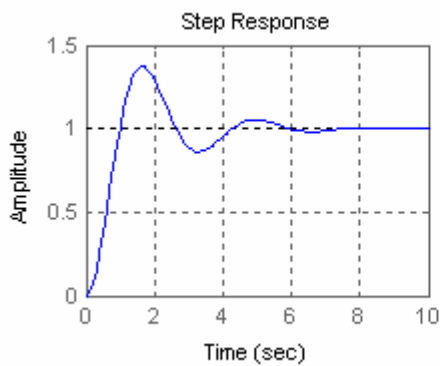
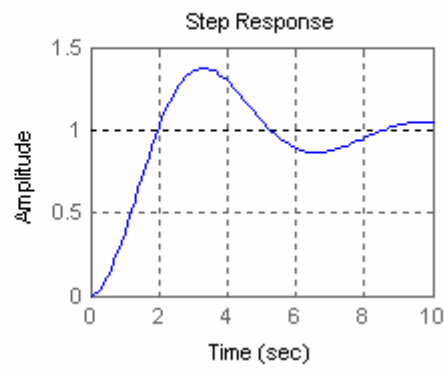
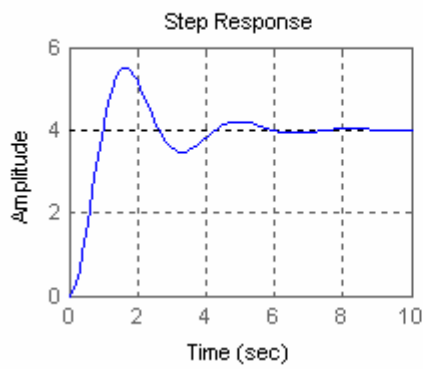
$$b. \quad F(p) = \frac{p}{p^2+3p+4}$$

11. Přiřaďte k zadaným přenosům příslušné přechodové charakteristiky (vstupem je jednotkový skok $u(t) = 1[t]$). (Za každým přenosem následují čtyři různé přechodové charakteristiky.)

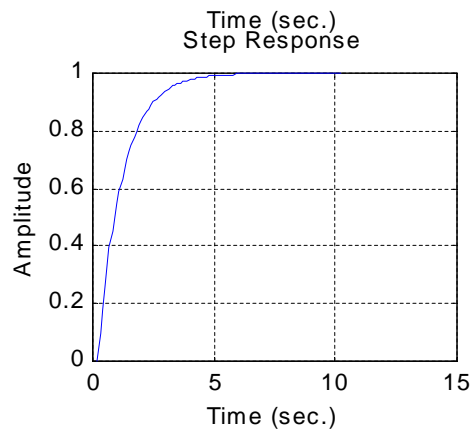
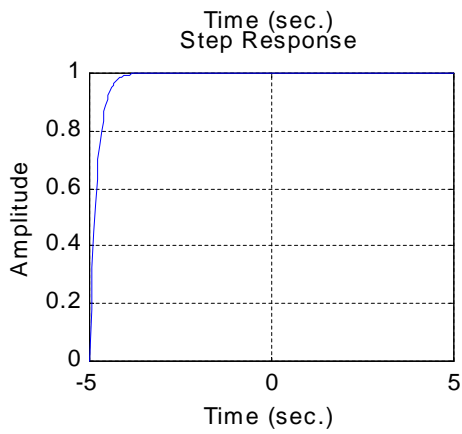
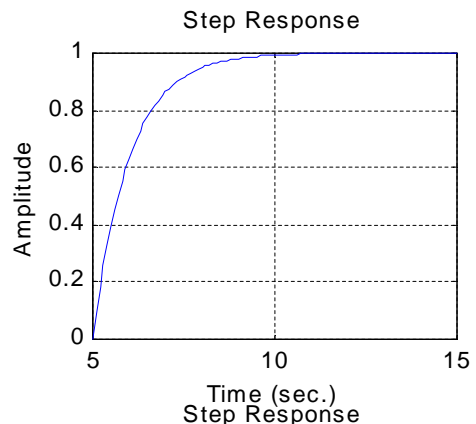
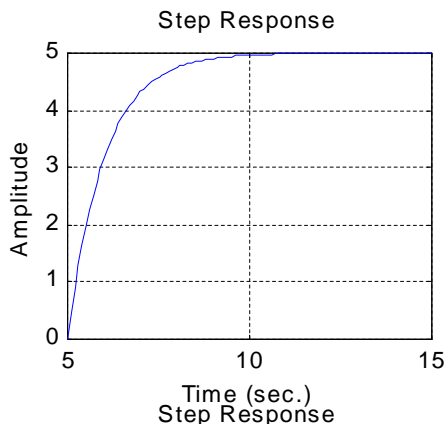
a. $F(p) = \frac{4}{p^2 + 4}$



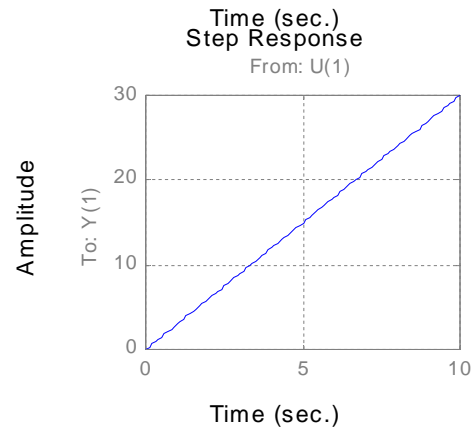
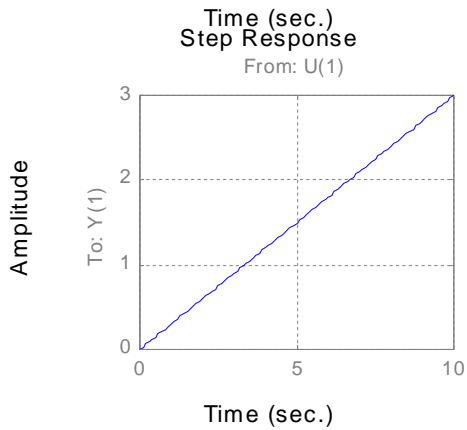
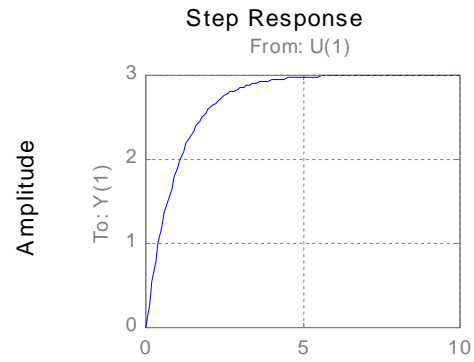
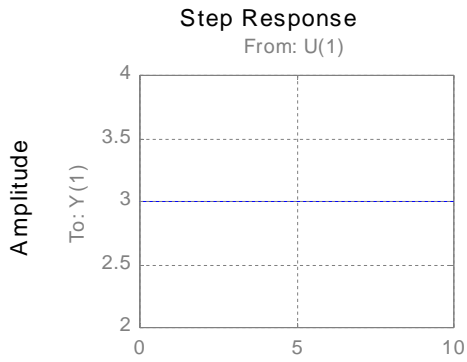
b. $F(p) = \frac{4}{p^2 + 1.2p + 4}$



c. $F(p) = e^{-5p} \frac{1}{p+1}$

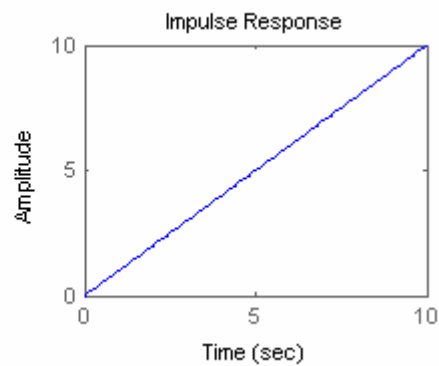
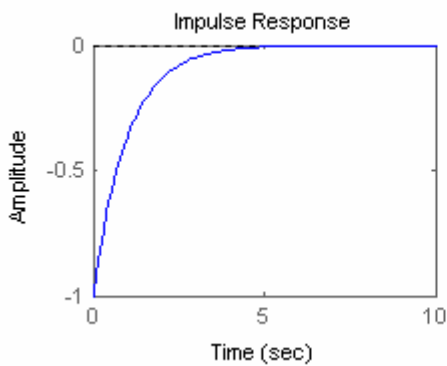
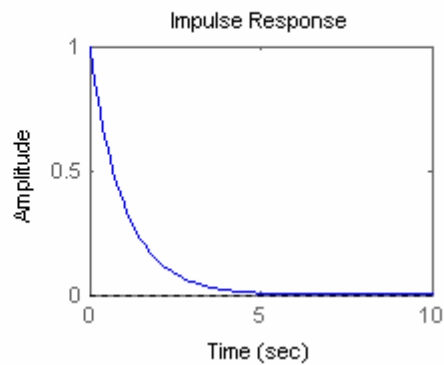
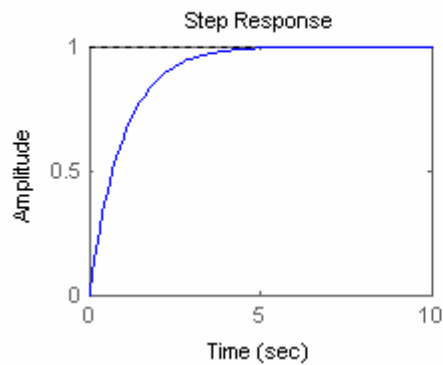


d. $F(p) = \frac{3}{p}$

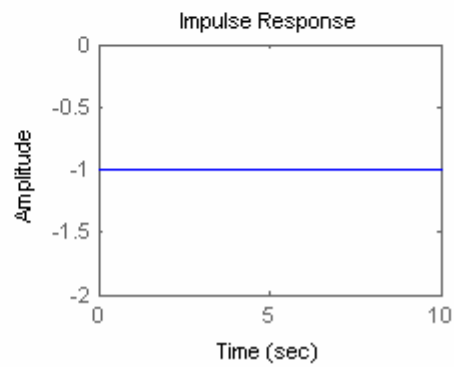
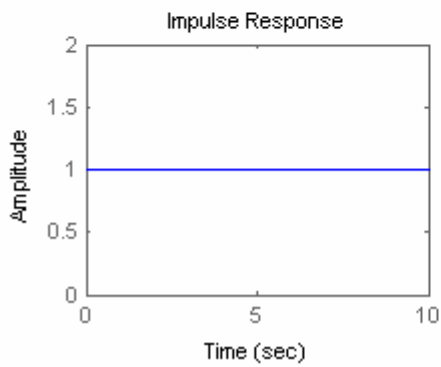
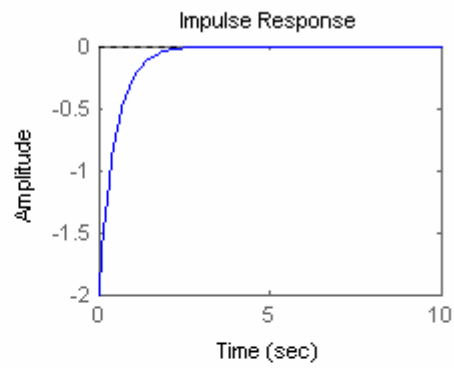
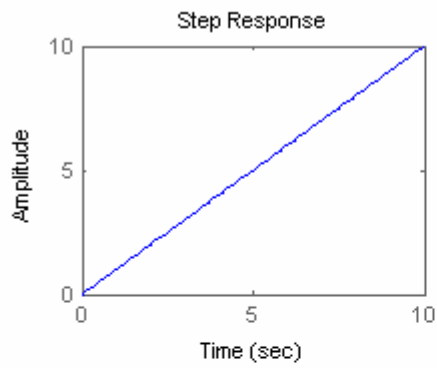


12. Přiřaďte k daným přechodovým funkcím patřičné impulsní funkce. (Graf vlevo nahoře je přechodová charakteristika a zbývající tři jsou impulsní charakteristiky.)

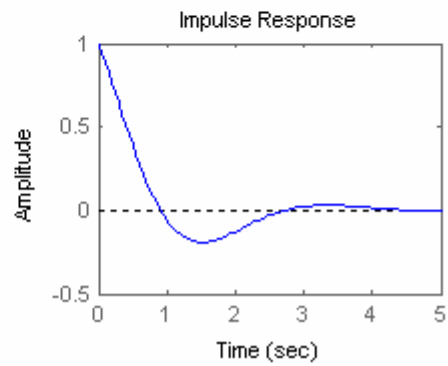
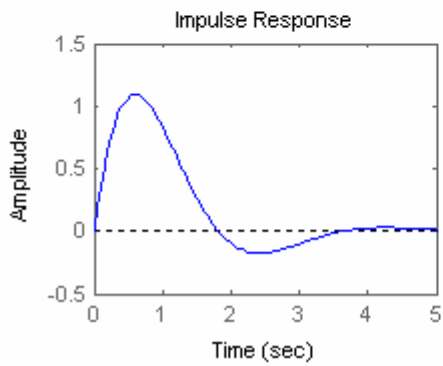
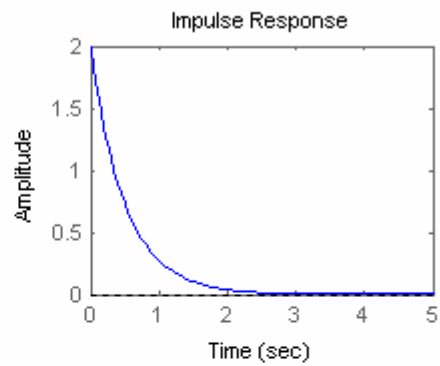
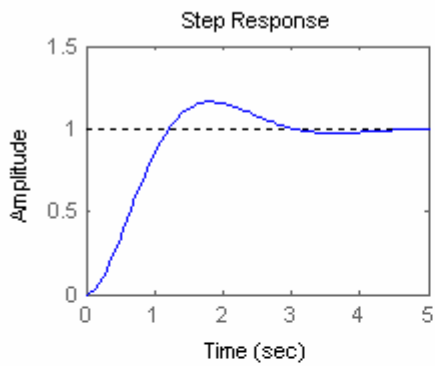
a. První série



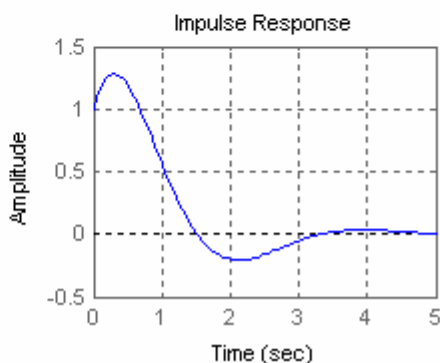
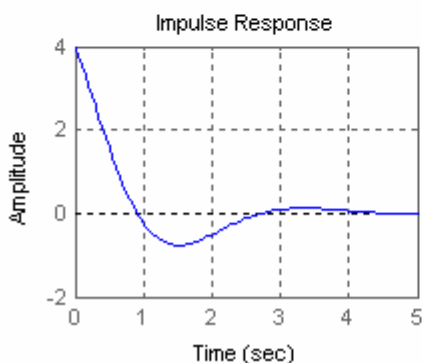
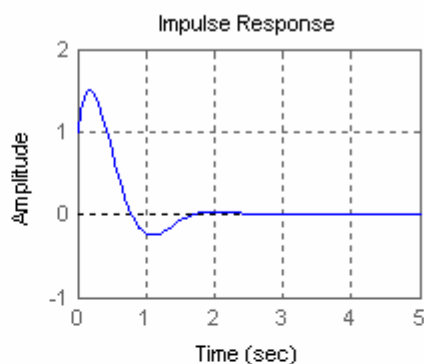
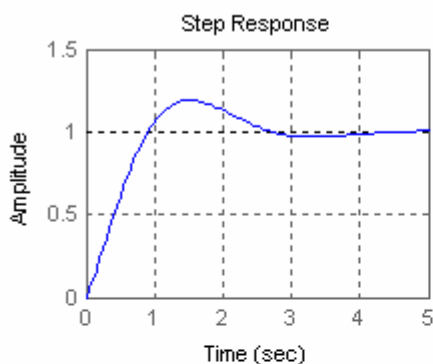
b. Druhá série



c. Třetí série



d. Čtvrtá série



13. Na základě polohy pólů proveďte rozbor dynamické odezvy na jednotkový skok následujících přenosů v závislosti na určeném parametru.

a. $F(p) = \frac{1}{p \frac{1}{T} + 1} ; T$

b. $F(p) = \frac{w^2}{p^2 + 2xwp + w^2} ; x ; w > 0$

c. $F(p) = \frac{K}{p^2 + p + 1 + K} ; K$

14. Napište diferenciální rovnice systémů zadaných pomocí zesílení (k), nul (q_i) a pólů (p_i).

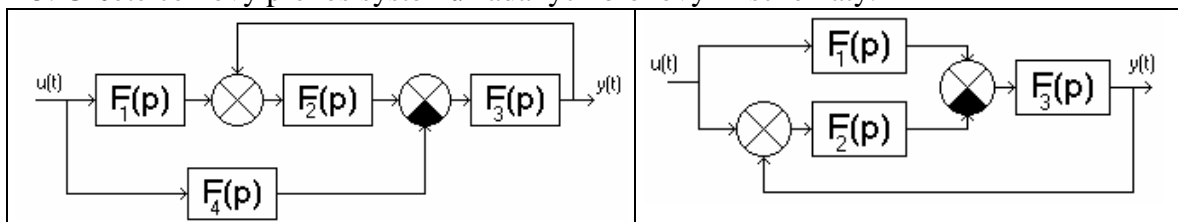
a. $k = 2; q_1 = 0; p_1 = -3; p_{2,3} = -2 \pm 0.5j$

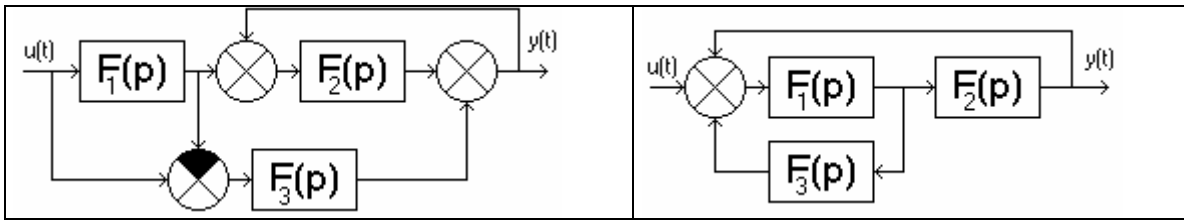
b. $k = 1; q_{1,2} = 0.5 \pm 0.5j; p_{1,2} = -3 \pm 1j; p_{3,4} = -5 \pm 2j$

c. $k = 0.5; q_1 = 0; q_2 = -2; p_1 = -5; p_2 = 3; p_3 = -1$

d. $k = 5; \text{nuly nejsou}; p_{1,2} = 0;$

15. Určete celkový přenos systémů zadaných blokovými schématy.





16. Zakreslete frekvenční charakteristiky následujících přenosů v komplexní rovině (Matlab: nyquist) a v logaritmických souřadnicích - LAFCH a LFFCH (Matlab: bode)

a. $F(p) = 10$

b. $F(p) = \frac{5}{p+10}$

c. $F(p) = \frac{30}{p^2}$

d. $F(p) = \frac{1}{p^2 + 10p + 100}$

e. $F(p) = 3e^{-10p}$

17. Pro zadané přenosy ověřte možnost substituce $p = j\omega$. V případě že lze substituci provést spočítejte frekvenční přenos pro konkrétní zadanou frekvenci.

a. $F(p) = \frac{1}{p+5}$; $\omega = 10[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$

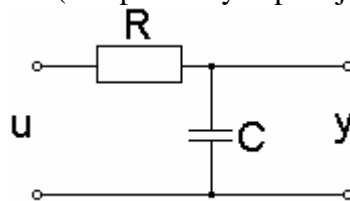
b. $F(p) = \frac{p+3}{p+1}$; $f = 1/(2\pi)[\text{Hz}]$

c. $F(p) = \frac{p^2+4}{p^3+16p}$; $\omega = 2[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$

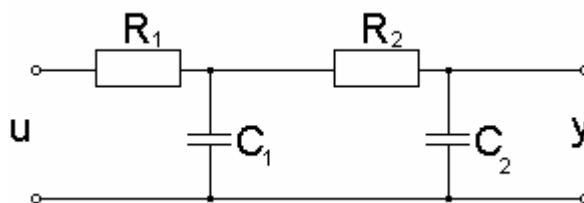
d. $F(p) = \frac{p}{p+0.2}$; $f = 1/p[\text{Hz}]$

18. Pro uvedené systémy odvoďte diferenciální rovnici popisující vztah mezi vstupem a výstupem systému. Určete co musí být ještě známo pro úplný popis systému (tj. určete co jsou počáteční podmínky). Rozhodněte zda je systém lineární a popřípadě napište jeho obrazový přenos.

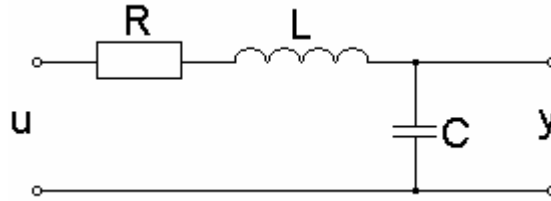
a. Integrační RC článek (vstupem a výstupem je el. napětí [V]).



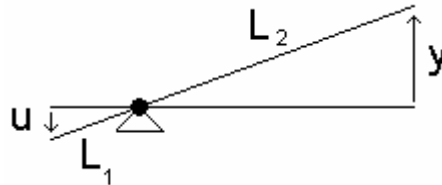
b. Dva kaskádně řazené integrační RC články (vstupem a výstupem je el. napětí [V]).



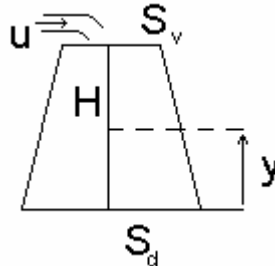
- c. RLC obvod (vstupem a výstupem je el. napětí [V]).



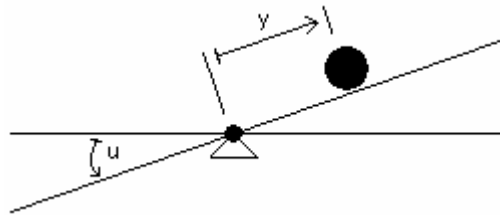
- d. Páka (vstupem a výstupem jsou horizontální odchylky [m] od vodorovné polohy, délky ramen od středu otáčení jsou L_1, L_2 [m]).



- e. Nádrž ve tvaru komolého kužele (vstupní veličinou je objemový průtok [m^3/s], výstupní veličinou je výška hladiny v nádrži [m], výška nádrže je H [m], dno má průřez S_d [m^2] a nahoře má nádrž průřez S_v [m^2]).



- f. Pohyb kuličky po nakloněné rovině (1-D). (vstupní veličinou je úhel natočení ramena [rad], výstupní veličinou je poloha kuličky od středu otáčení ramena [m], hmotnost kuličky je M [kg], uvažujte pouze gravitační působení a dva různé případy: a) kulička se neotáčí, ale klouže po povrchu bez tření, b) kulička se odvaluje bez tření)



- g. Teplotní senzor popsaný přenosem prvního řádu s časovou konstantou $T = 0,5$ [s] a statickým zesílením $k = 1$ snímá měnící se teplotu. Jaká může být maximální frekvence sinusových změn teploty, jestliže požadovaná přesnost určení minim a maxim je 1 % z naměřené hodnoty a maximální dovolená prodleva mezi skutečným maximem a jeho změřením je 1[s].

19. Z přechodových funkcí $h(t)$ systémů určete jejich impulsní funkce $g(t)$.

- $h(t) = 3t + 5$
- $h(t) = 3(1 - e^{-0.5t})$
- $h(t) = 2e^{0.2t} - 5te^{0.2t}$
- $h(t) = e^{-t}(\cos(0.3t) + 2\sin(0.3t))$

20. Pomocí Hurwitzova kritéria rozhodněte o stabilitě (stabilní, na mezi stability, nestabilní) zadaných systémů

a. $F(p) = \frac{p^2 - p + 1}{p^3 + 4p^2 + 6p + 4}$

b. $F(p) = \frac{p + 5}{p^3 + p^2 + 9p + 9}$

c. $F(p) = \frac{p - 8}{-p^3 - 7p^2 - 14p - 8}$

d. $F(p) = \frac{p}{p^3 + 0.8p^2 + 0.81p + 1.01}$

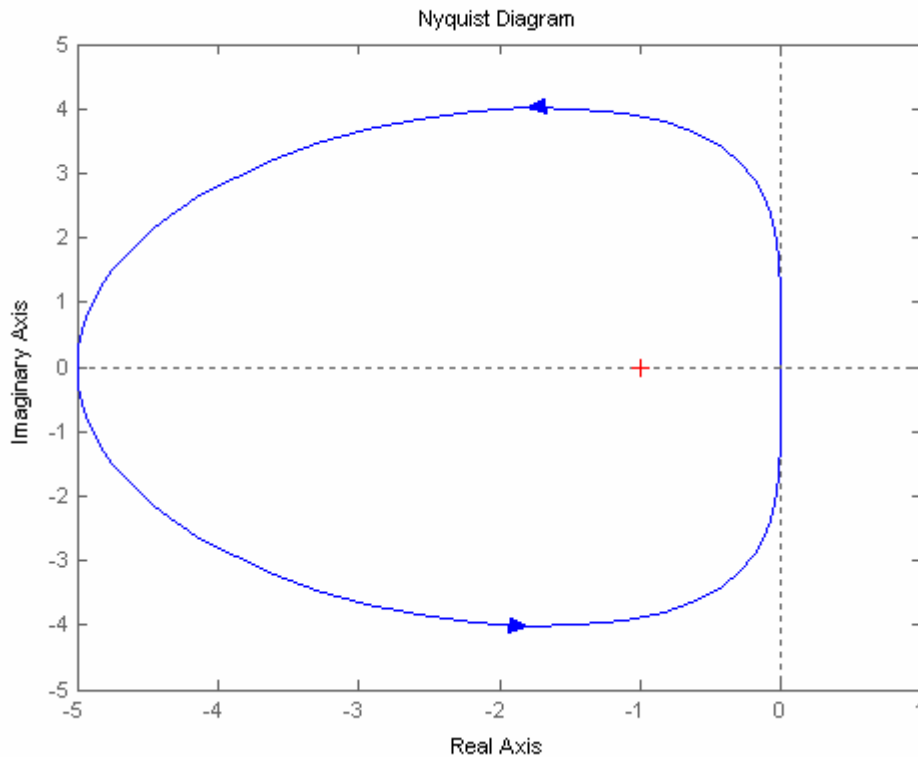
21. Pomocí Nyquistova kritéria stability určete bezpečnost v zesílení a fázi, pro daný přenos otevřené smyčky

a. $F_o(p) = \frac{1}{p + 1}$

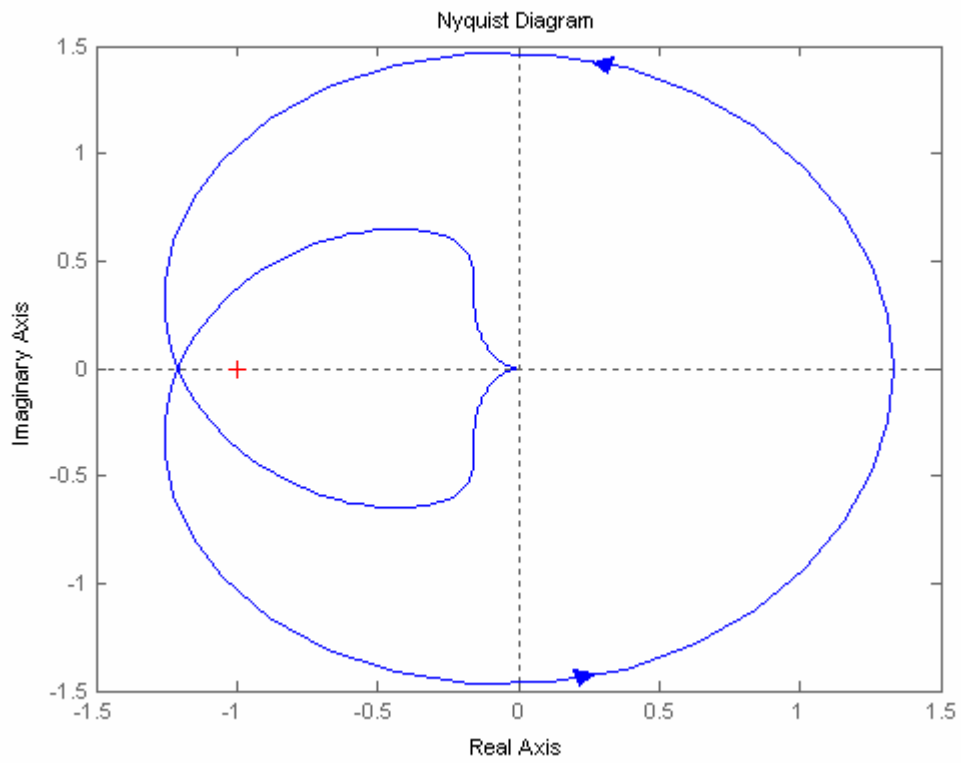
b. $F_o(p) = \frac{1}{p^2 + p + 4}$

22. Pomocí Nyquistova kritéria stability rozhodněte o stabilitě uzavřené smyčky jestliže je dán přenos otevřené smyčky a k němu příslušný průběh frekvenční charakteristiky v komplexní rovině (Nyquistova křivka).

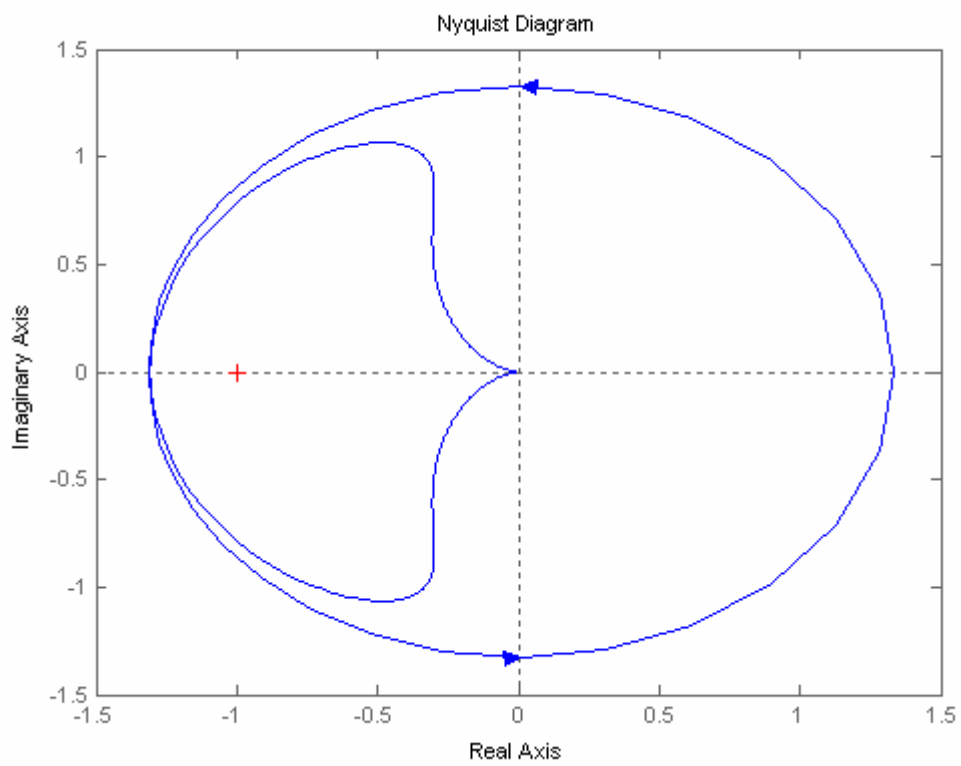
a. $F_o(p) = \frac{10p + 10}{p^2 + p - 2}$



b. $F_o(p) = \frac{100p^2 + 400p + 400}{(p^2 - 2p + 2)(p^2 + 25p + 150)}$



c.
$$F_o(p) = \frac{200p^2 + 600p + 400}{(p^2 - 3p + 2)(p^2 + 25p + 150)}$$



d.
$$F_o(p) = \frac{10p - 10}{p^2 + p + 1.25}$$

