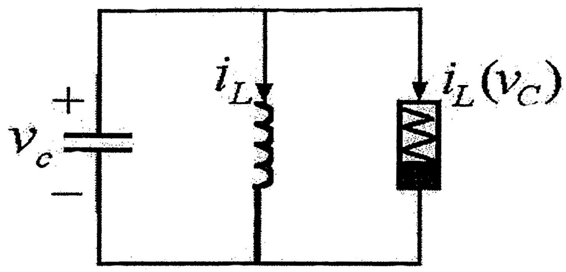
Příklad 1 (Van der Pool).

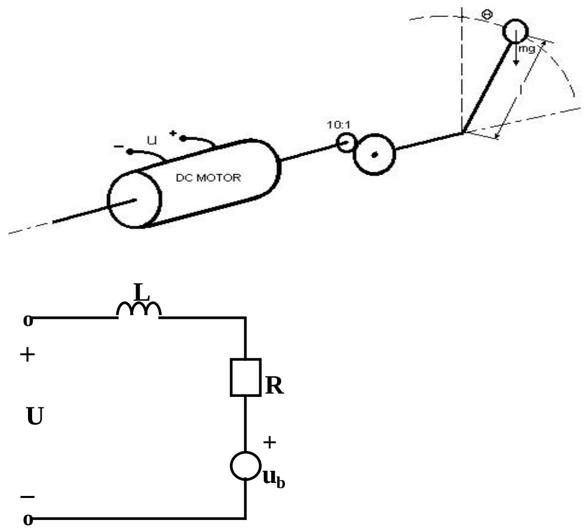
$$y'' + \varepsilon(\alpha - \beta y^2)y' + ky = u$$



Obrázek 1: Alternativní obvod pro Van der Poolovu rovnici

$$\begin{aligned} \Re(S): \quad & \dot{x}_1 = x_2 \\ & \dot{x}_2 = -kx_1 - \varepsilon(\alpha - \beta x_1^2)x_2 + u \\ & y = x_1 \end{aligned}$$

Příklad 2 (Inverzní kyvadlo se stejnosměrným motorem).
Předpokládejme známý problém inverzního kyvadla spojeného s DC motorem, jak ukazuje obrázek (viz Zak S. H., Maccarley C. A. (1986). State – Feedback Control of Non-linear Systems, *Int. J. Control* **43**(5), s. 1497–1514).



Obrázek 2: Schéma spojení DC motoru a inverzního kyvadla

Parametry modelu:

l	délka ramene
g	gravitační zrychlení
Θ	úhel natočení ramene
m	hmotnost ramene
u	řízené napětí na svorkách motoru
I	proud kotvy motoru
$\dot{\Theta}$	úhlová rychlost ramene
ω_m	úhlová rychlost rotoru
T_p	moment kyvadla $T_p = 10T_m = 10k_m I$
u_b	elektromotorická síla $u_b = k_b\omega_m = 10k_b\dot{\Theta}$
T_m	moment motoru $T_m = k_m I$
k_b, k_m	konstanty

Stavové proměnné definujeme $x_1 \widehat{=} \Theta, x_2 \widehat{=} \dot{\Theta}, x_3 \widehat{=} I$.

Moment kyvadla popíšeme rovnicí:

$$\begin{aligned}
T_p &= -l^2 m\ddot{\Theta} + lmg\sin\Theta = 10k_m I \\
&\Downarrow \\
\ddot{\Theta} &= \tfrac{lmg\sin\Theta + 10k_m I}{l^2 m} = \tfrac{g}{l}\sin\Theta + \tfrac{10k_m}{l^2 m} I,
\end{aligned}$$

napětí na svorkách motoru:

$$\begin{aligned}
u &= L\dot{I} + RI + k_b 10\dot{\Theta} \\
&\Downarrow \\
\dot{I} &= \tfrac{u}{L} - \tfrac{R}{L} I - \tfrac{k_b}{L} 10\dot{\Theta}
\end{aligned}$$

Z těchto rovnic sestavíme stavové rovnice:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \tfrac{g}{l}\sin x_1 + \tfrac{10k_m}{l^2 m} x_3 \\
\dot{x}_3 &= -\tfrac{k_b}{L} 10x_2 - \tfrac{R}{L} x_3 + \tfrac{1}{L} u
\end{aligned}$$

nebo poněkud kompaktněji, pokud nadefinujeme konstanty:

$$K_1 = \frac{g}{l},\ K_2 = \frac{10k_m}{l^2 m},\ K_3 = -\frac{10k_b}{L},\ K_4 = -\frac{R}{L},\ K_5 = \frac{1}{L}$$

získáme **reprezentaci** $\Re(S)$ systému ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ K_1 \sin x_1 + K_2 x_3 \\ K_3 x_2 + K_4 x_3 \end{bmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_5 \end{bmatrix}}_{g(x)} u$$

Dále dodefinujeme výstupní rovnici $y = h(x) = x_1$.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ K_1 \sin x_1 + K_2 x_3 \\ K_3 x_2 + K_4 x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_5 \end{bmatrix} u \\
y &= x_1
\end{aligned}$$