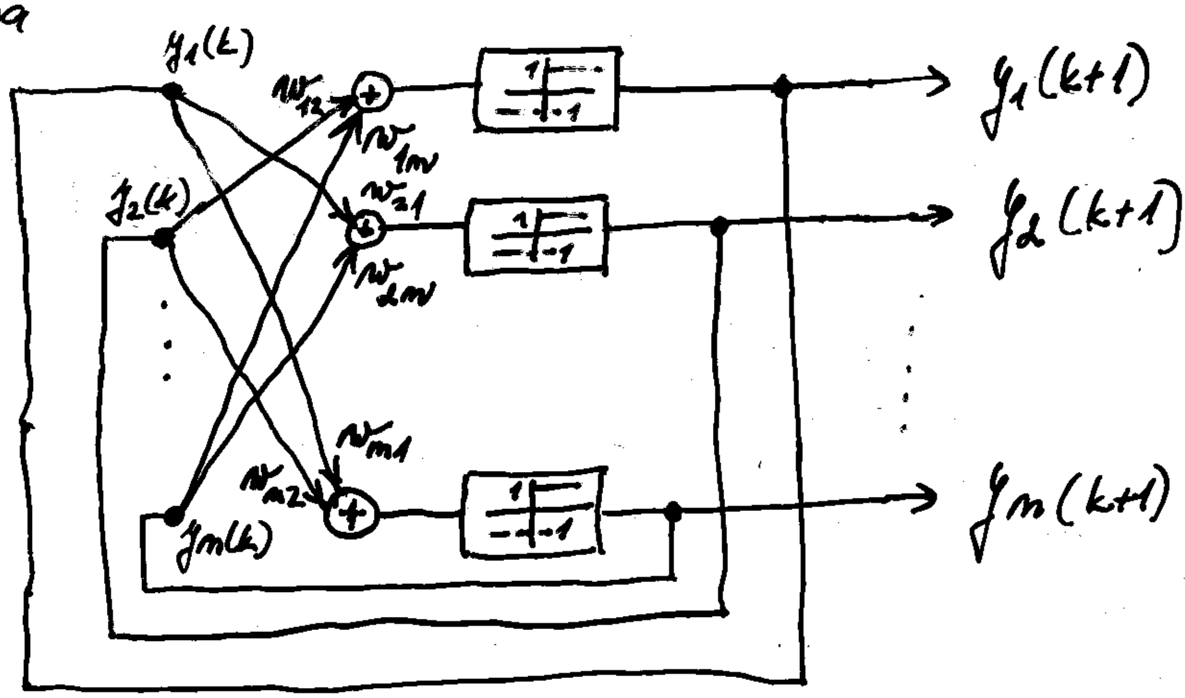
6. HOPFIELDOVA SÍŤ

- jednovrstvá rekurentní síť s neurony s bipolární binární aktivační funkcí, symetrickou váhovou maticí s nulami na diagonále a nulovým prahovým vektorem (tj. $w_{ij} = w_{ji}$ $\forall i, j, i \neq j$, a $w_{ii} = 0$)
- schéma



- pro výstup i-tého neuronu platí

$$y_i(k+1) = \mathrm{sgn}\left(\sum_{j=1}^{m} w_{ij} \cdot y_j(k)\right)$$

$y(k)$ ... výstup sítě v čase k (<u>stav sítě</u> v čase k)

$y(0)$ ... inicializační stav

6.1. Činnost Hopfieldovy sítě

- po inicializaci v čase k=0 přechází síť samovolně z jednoho stavu do druhého (jedná se o dynamický systém)
- ke změně stavu sítě může docházet
  - synchronně (tzn. výstupy všech neuronů v kroku k+1 se vypočítají z výstupů neuronů v kroku k najednou)
  - asynchronně (tzn., že výstupy neuronů v kroku k+1 se určují postupně tak, že v každém okamžiku se přepočítává výstup pouze jednoho neuronu. Výstup tohoto neuronu se přitom vypočítá na základě výstupů neuronů v právě minulém okamžiku. Neuron, jehož výstup se bude přepočítávat, se obvykle vybírá náhodně ⇒ proces změny stavu sítě v asynchronním režimu se nazývá stochastická asynchronní rekurze.)
- proces samovolného přechodu končí buď v rovnovážných stavech, kdy $y(k+1) = y(k)$, nebo v rovnovážných cyklech tvořených stavy, mezi kterými síť kmitá.

Platí:

1) Jestliže rekurentní neuronová síť pracuje v asynchronním režimu, váhová matice je symetrická a prvky na diagonále jsou nezáporné → síť vždy konverguje do rovnovážného stavu.

2) Jestliže rekurentní neuronová síť pracuje v synchronním režimu a váhová matice je symetrická, pak síť vždy konverguje do rovnovážného stavu nebo cyklu délky 2.

6.2. Nastavování vah Hopfieldovy sítě

U Hopfieldovy sítě nedochází k učení, váhy sítě jsou určovány pomocí tzv. záznamového algoritmu, během kterého se do sítě zaznamenávají požadované rovnovážné stavy. Pro Hopfieldovu síť platí

$$\underline{W} = \left(\sum_{\mu=1}^{P} \underline{u}_{\mu} \cdot \underline{u}_{\mu}^{T}\right) - P \cdot \underline{I}$$

$\underline{u}_{\mu}$ ... tzv. protetypy t.j. rovnovážné stavy, které mají být do sítě zaznamenány (dimenze n)

P ... počet zaznamenaných prototypů

$\underline{I}$ ... identická matice (řádu n)

6.3. Vlastnosti Hopfieldovy sítě

- pro Hopfieldovu síť lze definovat tzv. <u>výpočetní energii</u> ve tvaru

$$E(\underline{y}) = -\frac{1}{2}\underline{y}^T \cdot \underline{W} \cdot \underline{y}$$

Lze ukázat, že při přechodu sítě z jednoho stavu do jiného se tato energie nezvyšuje a v rovnovážném stavu (resp. cyklu) je minimální

- pro každý rovnovážný stav $\underline{u}$ existuje tzv. <u>komplementární stav</u> $\underline{u}'$, pro který platí $\underline{u}' = -\underline{u}$. Tento stav je rovněž rovnovážným stavem, i když v průběhu záznamového algoritmu nebyl do sítě zaznamenán.

- zda proces přechodu sítě z jednoho stavu do jiného skončí v požadovaném nebo komplementárním rovnovážném stavu závisí při asynchronním režimu na pořadí přepočítávání výstupů jednotlivých neuronů → nelze ovlivnit

- do Hopfieldovy sítě lze spolehlivě zaznamenat maximálně

$$P \leq 0{,}14 \cdot n$$

rovnovážných stavů (n je počet neuronů sítě). Pokud je v síti zaznamenáno rovnovážných stavů více, může proces synchronní i asynchronní rekurze skončit v tzv. _falešném rovnovážném stavu_, který neodpovídá žádnému zaznamenanému ani žádnému komplementárnímu stavu.

6.4. Použití Hopfieldovy sítě

•

- Hopfieldova síť se v praxi příliš nepoužívá z důvodů možné existence falešných rovnovážných stavů
- rekonstruktory zašuměných dat
- řešení optimalizačních úloh (např. hledání nejkratší cesty). Princip: optimalizační úloha se popíše vhodnou funkcí, která se převede do tvaru výpočetní energie sítě. Hopfieldova síť pak samovolně hledá minimum této funkce.

Poznámka: Existují i sítě pracující v čase spojitě, při jejich analýze je třeba řešit nelineární diferenciální rovnice